Exercice1: Chimie (7points)

Partie1: vérification de la masse de l'acide propanoique dans un médicament

Remarque :
n_A : quantité de matière de l'acide dans la solution (S)
n : quantité de matière de l'acide dans la solution (S_A)

1. L'équation modélisant la réaction du dosage : $C_2H_5COOH_{aq} + HO_{aq}^- \longrightarrow C_2H_5COO_{aq}^- + H_2O_l$
2. Lors de la dilution, la quantité de matière se conserve $n = n_A$. La quantité de la soude ajoutée à l'équivalence pour neutraliser l'acide $n_{Be} = C_B.V_{Be} = n_A = n$.
Le volume d'eau ajouté n'a pas d'influence sur le volume de la soude ajouté à l'équivalence
3.

AH	HO^-	->	A^-	H_20
n	$C_B.V_B$		0	en excès
$n-x_f$	$C_B.V_B-x_f$		x_f	en excès

$\tau = \frac{x_f}{x_m}$, d'après le tableau d'avancement : $\begin{cases} x_f = C_B.V_B - n(HO^-) \\ x_m = C_B.V_B \end{cases}$

$<=> \begin{cases} x_f = C_B.V_B - [HO^-].(V_A+V_e+V_B) \\ x_m = C_B.V_B \end{cases}$ $<=> \begin{cases} x_f = C_B.V_B - K_e.10^{pH}.(V_A+V_e+V_B) \\ x_m = C_B.V_B \end{cases}$

On trouve : $\boxed{\tau = 1 - \frac{K_e.10^{pH}}{C_B}(\frac{V_A+V_e}{V_B}+1)}$

A.N :pour un volume ajouté $V_B = V_{B1} = 3,9mL; pH = pH_1 = 4,86$ on obtient : $\tau = \tau_1 = 0,99$

4. $\begin{cases} [C_2H_5COOH] = \frac{n-x}{V_A+V_e+V_B} \\ [C_2H_5COO-] = \frac{x}{V_A+V_e+V_B} \end{cases}$
Après l'ajout du volume volumeV_{B1} l'avancement $x = x_1 = x_m.\tau_1 = C_B.V_{B1}.\tau_1$ et à partir de la relation à l'équivalence $n = n_{Be} = C_B.V_{Be}$. Les espressions des concentrations deviennent

$$\boxed{\begin{cases} [C_2H_5COOH] = \frac{C_B.V_{Be}-C_B.V_{B1}.\tau_1}{V_A+V_e+V_{B1}} \\ [C_2H_5COO-] = \frac{C_B.V_{B1}.\tau_1}{V_A+V_e+V_{B1}} \end{cases}}$$

$$\begin{cases} [C_2H_5COOH] = 1,23.10^{-3} mol/L \\ [C_2H_5COO-] = 1,20.10^{-3} mol/L \end{cases}$$

L'expression de pK_A : $\boxed{pK_A = pH_1 + \log(\frac{[C_2H_5COOH]}{[C_2H_5COO-]})}$
A.N : $pK_A = 4,8$

5. A l'équivalence l'acide est totalement consommé par la soude, les espèces restant sont l'eau et la base conjuquée de l'acide propanoïque qui impose la basicité du milieu.
6. le pH de la solution S :
Il s'agit d'une solution aqueuse de l'acide propanoïque $K_A = \frac{[C_2H_5COO-].[H_3O^+]}{[C_2H_5COOH]}$, D'après le tableau d'avancement $\begin{cases} [C_2H_5COOH] = C - [H_3O^+] \\ [C_2H_5COO-] = [H_3O^+] \end{cases}$
$K_A = \frac{[H_3O^+]^2}{C-[H_3O^+]}$, après résolution d'une équation du second degrés on obtient :

$$\boxed{pH = -\log\frac{-K_A+\sqrt{K_A^2+4.K_A.C}}{2}}$$

A.N : $n = C.V_A = C_B.V_{Be} => C = 0,0156 mol/L => pH = 3,31$

7. La masse de l'acide propanoïque dans un volume $V = 40mL$: $m_A = C_A.V.M(C_2H_5COOH)$, on cherche C_A
   A l'équivalence $n = n_{Be} = C_B.V_{Be}$ (relation d'équivalence)
   La concentration C_A de la solution S_A : $n_A = n <=> C_A = \frac{C_B.V_{Be}}{V_A}$ (Dilution)
   Ce qui donne :

$$\boxed{m_A = \frac{C_B.V_{Be}}{V_A}.V.M(C_2H_5COOH)}$$

A.N : $m_A = 0,0461g = 46,1mg$

Partie2: Etude de la pile plomb-étain

1. La courbe présente une évolution de la concentration des ions d'étain, il s'agit alors d'un produit de la réaction. Le système évolue alors dans le sens **2**

$$Sn_s + {Pb_{aq}}^{2+} \rightleftharpoons Pb_s + {Sn_{aq}}^{2+}$$

2. La réaction qui se produit à l'anode est l'oxydation de l'étain : $Sn_s \rightleftharpoons {Sn_{aq}}^{2+} + 2e^-$
3. Schéma conventionnelle de la pile :

$$- \ Sn/Sn^{2+}//Pb^{2+}/Pb \ +$$

4. Les ions chlorure migrent vers l'électrode où il se produit l'oxydation.
5. Tableau d'avancement

Sn	Pb^{2+}	$\rightleftharpoons$	Sn^{2+}	Pb	quantité de matière d'électrons échangée
n_2	$C_1.V_1$		$C_2.V_2$	n_1	$n(e^-) = 0$
$n_2 - x_f$	$C_1.V_1 - x_f$		$C_2.V_2 + x_f$	$n_1 - x_f$	$n(e^-) = 2.x_f$

   5.1. La concentration des ions étain : $[Sn^{2+}] = \frac{C_2.V_2+x}{V_2}$
   La quantité d'électrons échangée $n(e^-).F = 2.x.F = I.\Delta t <=> x_f = \frac{I.t}{2.F}$
   On trouve :

$$\boxed{[Sn^{2+}] = C_2 + \frac{I.t}{2.F.V_2}}$$

   5.2. On sait que $K = \frac{[Pb^{2+}]}{[Sn^{2+}]}$ et d'après le tableau d'avancement : $\begin{cases} [Sn^{2+}] = C_2 + \frac{I.\Delta t}{2.F.V_2} \\ [Pb^{2+}] = C_2 - \frac{I.\Delta t}{2.F.V_2} \end{cases}$

   On obtient :

$$\boxed{K = \frac{2.C_2.2.F.V_2 - I.\Delta t}{2.C_2.2.F.V_2 + I.\Delta t}}$$

   A.N : $C_2 = 20.10^{-3} mol/L ; \Delta t = 2,5.10^3 s => K = 0,46$

Exercice2: Propagation d'une onde mécanique à la surface de l'eau

1. le point M commence la vibration à $t_M = 7,5s$, donc $\tau_{SM} = t_M - t_S = 7,5 - 0 = 7,5s$
   La vitesse de propagation dans le milieu 1 : $v_1 = \sqrt{g.H_1} = \frac{SM}{\tau_{SM}} = \frac{L_1}{\tau_{SM}}$

$$\boxed{H_1 = \frac{1}{g}.(\frac{L_1}{\tau_{SM}})^2}$$

A.N : $H_1 = 1,6m$

2. La vitesse de propagation dans le milieu 2 : $v_2 = \sqrt{g.H_2} = \frac{MN}{\tau_{MN}} = \frac{L_2}{\tau_{MN}} => H_2 = \frac{1}{g}.(\frac{L_2}{\tau_{MN}})^2$

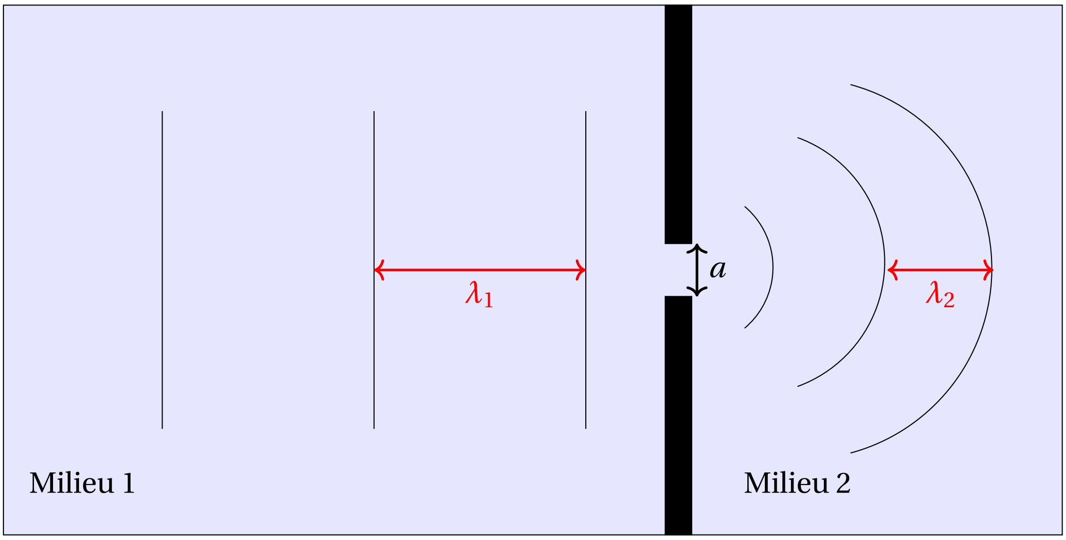
   avec $\begin{cases} \tau_{MN} = t_N - t_M \\ L_2 = L - L_1 \end{cases}$

$$\boxed{H_2 = \frac{1}{g}.(\frac{L-L_1}{t_N-t_M})^2}$$

   A.N : $H_2 = 0,4m$

3. $\lambda = v.T = T.\sqrt{g.H} =>$ $\boxed{\begin{cases} \lambda_1 = T.\sqrt{g.H_1} = \\ \lambda_2 = T.\sqrt{g.H_2} \end{cases}}$ **A.N** : $T = 5s$, $\begin{cases} \lambda_1 = 20m \\ \lambda_2 = 10m \end{cases}$

4. 4.1. Le phénomène qui se produit : La diffraction



Exercice3: Eléctricité (5 points)

Partie1: Le condensateur réel

1. **Charge d'un condensateur réel**

   1.1. D'après la loi des noeuds : $i = i_1 + i_2$,avec$\begin{cases} U_c = R_d.i_1 <=> i_1 = \frac{U_c}{R_d} \\ i_2 = C.\frac{dU_c}{dt} \end{cases}$

$$\boxed{i = \frac{U_c}{R_d} + C.\frac{dU_c}{dt}}$$

   1.2. D'après la loi d'additivitée des tensions :$U_c + U_R = E <=> U_c + R.i = E$

$$<=> U_c + R.(\frac{U_c}{R_d} + C.\frac{dU_c}{dt}) = E$$

$$<=> (\frac{R_d+R}{R_d}).U_c + RC.\frac{dU_c}{dt} = E$$

   Divisant par RC on trouve :

$$\boxed{\frac{dU_c}{dt} + \frac{U_c}{\tau} = A} \text{ avec :} \begin{cases} \tau = \frac{R.R_d.C}{R+R_d} \\ A = \frac{E}{R.C} \end{cases}$$

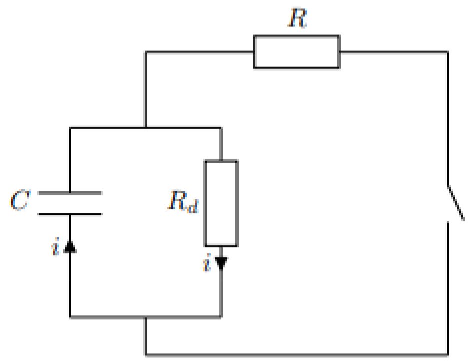
   1.3. Au régime permanent :$U_c(\infty) = U_{cmax}$ et $(\frac{dU_c}{dt})_\infty = 0 => U_{cmax} = A.\tau$

$$\boxed{U_{cmax} = (\frac{R_d}{R_d+R}).E}$$

   $R_d < R_d + R <=> \frac{R_d}{R_d+R} < 1 <=> U_{cmax} < E$

1.4. $R_d >> R => \begin{cases} \tau = R.C \\ U_{cmax} = E \end{cases}$ **A.N** $\begin{cases} R = 500\Omega \\ E = 12V \end{cases}$

2. **Décharge du condensateur réel dans le cas où $R_d >> R$**



2.1. Lorsque l'interrupteur est ouvert implique que le courant ne traverse plus le conducteur ohmique de résistance R, le circuit fermé est celui qui contient le condenstaeur et la résistance de fuite R_d. Son équation différentielle est celle d'un circuit (RC) en série s'écrit sous la forme :

$$\boxed{\frac{dq}{dt} + \frac{q}{R_d.C} = 0}$$

2.2. La solution s'écrit : $q(t) = \beta.\exp(-\lambda.t)$, sachant que $\beta = q(0) = C.U_{cmax}$ et $\lambda = \frac{1}{R_d.C}$

2.2.1. On cherche la valeur de R_d :
$q(t) = C.U_c(t) = C.U_{cmax}.\exp(-\lambda.t) => \ln\frac{U_{cmax}}{U_c(t)} = \lambda.t$

$$\boxed{R_d = \frac{t}{C.\ln\frac{U_{cmax}}{U_c(t)}}}$$

A.N : à $t = t_1 = 12min, U_c(t_1) = U_1 = 10V$. on touve : $R_d = 8.10^8\Omega$

2.2.2. $\begin{cases} E_J = E_0 - E_c(t_1) = E_0 - \frac{1}{2}.C.U_1^2 \\ E_0 = \frac{1}{2}.C.U_{cmax}^2 \end{cases} => \boxed{p = 1 - (\frac{U_1}{U_{cmax}})^2}$

A.N :p=0,305

Partie2: Réception d'une onde modulée en amplitude

1. Z,W,Y,X
2. d
3. pour recevoir l'onde de fréquence il faut que $F_0 = F_p <=> \frac{1}{C_e} = 4.\pi^2.L.F_p^2$
Les condensateurs en série : $\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C_1} <=> \frac{1}{C_1} = 4.\pi^2.L.F_p^2 - \frac{1}{C}$
Donc

$$\boxed{C_1 = \frac{1}{4.\pi^2.L.F_p^2 - \frac{1}{C}}}$$

A.N : $C_1 = 5,563.10^{-10}F = 556,3pF$

4. la condition pour avoir une bonne détection de cretes : $T_p << \tau < T_s <=> \frac{1}{C.F_p} << R < \frac{1}{C.F_s}$

$$108,69\Omega << R < 50000\Omega = 50K\Omega$$

celui qui convient de résistance $47K\Omega$

Exercice4: Mécanique (5,25 points)

Partie1: Mouvement d'un projectile dans un champ de pesanteur uniforme

1. - Système étudiéProjectile de masse m
   - Bilan de forces : Le poids $\vec{P}$
   - L'étude dans le réferentiel terrestre supposé galiléen

   On applique la deuxième loi de Newton : $\vec{P} = m.\vec{g} = m.\vec{a} \iff \vec{a} = \vec{g}$
   Projection à la fois sur les deux axes :

   $$\vec{a} = \begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases} \Rightarrow \boxed{\vec{V} = \begin{cases} V_x = V_0.\cos(\alpha) \\ V_z = -g.t + V_0.\sin(\alpha) \end{cases}}$$

2. La norme de V : $\boxed{V = \sqrt{V_x^2 + V_z^2} = \sqrt{(V_0.\cos(\alpha))^2 + (-g.t + V_0.\sin(\alpha))^2}}$

3. Exploitation de la courbe :
   3.1. à $t = 0$, $V_0 = 23m/s$
   3.2.

   $$V^2 = (V_0.\cos(\alpha))^2 + (-g.t + V_0.\sin(\alpha))^2$$

   $$\frac{dV^2}{dt} = 2.V.\frac{dV}{dt} = -2.g.(-g.t + V_0.\sin(\alpha)) = -2.g.V_z$$

   au minimum $V = V_{min}$ et $(\frac{dV}{dt})_{min} = 0 \Rightarrow V_{zmin} = 0$

   On déduit que $V_{min} = V_{xmin} \Rightarrow \boxed{V_{0x} = V_{min}}$ **A.N** : $V_{0x} = 20m/s$

   D'autre part $V_0 = \sqrt{V_{0x}2 + V_{0z}^2} \Rightarrow \boxed{V_{0z} = \sqrt{V_0^2 - V_{0x}^2}}$ **A.N** : $V_{0z} = 11,35m/s$

4. $V_{0x} = V_0.\cos(\alpha) \Rightarrow \boxed{\cos(\alpha) = \frac{V_{0x}}{V_0}}$ **A.N** : $\alpha = 29,59° \approx 30°$

5. Equation horaire $z = f(t) \Rightarrow z = -\frac{1}{2}.g.t^2 + V_0.\sin(\alpha).t + h$
   5.1. On cherche les deux instans de passage par M_1 et N_1

   $$\frac{1}{2}.g.t^2 - V_0.\sin(\alpha).t + z_1 - h = 0$$

   On trouve deux solutions $\begin{cases} t_{N_1} = \frac{V_0.\sin(\alpha)+\sqrt{(V_0.\sin(\alpha))^2+2.g(h-z_1)}}{g} \\ t_{M_1} = \frac{V_0.\sin(\alpha)-\sqrt{(V_0.\sin(\alpha))^2+2.g(h-z_1)}}{g} \end{cases}$

   $$\boxed{\Delta t_1 = t_{N_1} - t_{M_1} = \frac{2.\sqrt{(V_0.\sin(\alpha))^2+2.g(h-z_1)}}{g}}$$

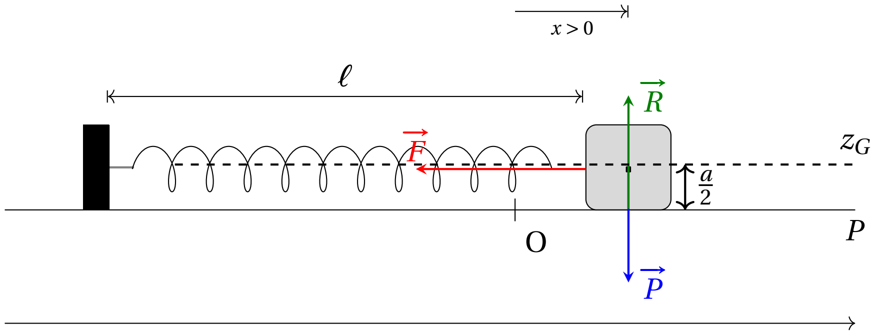
   5.2. De même $\Delta t_2 = t_{N_2} - t_{M_2} = \frac{2.\sqrt{(V_0.\sin(\alpha))^2+2.g(h-z_2)}}{g}$

   $$\Delta t_1^2 - \Delta t_2^2 = \frac{8.(z_2 - z_1)}{g}$$

   $$\boxed{H = \frac{g}{8}.(\Delta t_1^2 - \Delta t_2^2)}$$

   A.N : La valeur de g : $g = 9,8m/s^2$

Partie2: Mouvement d'un pendule élastique



1. $E_{pe} = \frac{1}{2}.k.x^2 + C$, à la position d'équilibre $E_{pe}(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow E_{pe} = \frac{1}{2}.k.x^2$
   $E_{pp} = m.g.z_G + C$, au niveau du plan (P) $E_{pp}(z_{ref}) = 0 \Rightarrow C = -m.g.z_{ref}$
   $\Rightarrow E_{pp} = m.g.(z_G - z_{ref}) = \frac{1}{2}.m.g.a$
   L'énergie potentielle totale :
   $$\boxed{E_p(t) = \frac{1}{2}.k.x(t)^2 + \frac{1}{2}.m.g.a}$$
2. en remplaçant $x(t)$ on trouve $E_p = \frac{1}{2}.k.X_m^2.\cos(\frac{2\pi}{T_0}.t+\phi)^2 + \frac{1}{2}.m.g.a$
   sachant que $-X_m \leq x \leq X_m \Rightarrow 0 \leq x^2 \leq X_m^2 \Rightarrow \frac{1}{2}.m.g.a \leq E_p \leq \frac{1}{2}.k.X_m^2 + \frac{1}{2}.m.g.a$
   On écrit : $E_p = (E_{pmax} - E_{pmin}).\cos(\frac{2\pi}{2.T}.t+\phi)^2 + E_{pmin}$, ainsi $T_0 = 2.T$
   Graphiquement : $\begin{cases} E_{pmax} = 8.10^{-3} J \\ E_{pmin} = 2.10^{-3} J \\ T = 0,25 s \end{cases}$
   On obtient :
   $$\boxed{E_p = 6.10^{-3}.\cos(4.t+\phi)^2 + 2.10^{-3}}$$
3. $E_{pmin} = \frac{1}{2}.m.g.a \Rightarrow \boxed{m = \frac{2E_{pmin}}{g.a}}$ **A.N** : $m = 0,02Kg = 20g$
   $T_0 = 2.\pi.\sqrt{\frac{m}{k}} = 2.T \Rightarrow \boxed{k = \frac{\pi^2.m}{T^2}}$ **A.N** : $k = 3,2N/m$
   $E_p(0) = 6.10^{-3}.\cos(\phi)^2 + 2.10^{-3} = 5.10^{-3} \Rightarrow \frac{1+\cos(2.\phi)}{2} = 0,5 \Rightarrow \phi = \frac{\pi}{4}$ ou $\phi = -\frac{\pi}{4}$
   Le signe de ϕ : $(\frac{dE_p}{dt})_0 = -12.10^{-3}.\cos(\phi).\sin(\phi) < 0$, or $\cos(\phi) > 0$ pour les deux valeurs $\Rightarrow$ $\sin(\phi) > 0 \Rightarrow \phi = \frac{\pi}{4}$
4. En abscence des frottements, l'énrgie mécanique reste conservée $E_m = E_c + E_p = E_{pmax} \Rightarrow \frac{1}{2}.m.V^2 = E_{pmax} - E_p$
   $$\boxed{V = \sqrt{\frac{2.(E_{pmax}-E_p)}{m}}}$$
   A.N : à $t = 0,25s$, $E_p = 5.10^{-3} J \Rightarrow V = 0,54 m/s$

Fin